

دراسة وتحليل العمليات الرياضية للمنطق المضبب

منى هادي صالح*

تاريخ قبول النشر 28 / 1 / 2009

الخلاصة:

شهد العقد الأخير من القرن العشرين انتشار إحدى التقنيات الحاسوبية المهمة وهي تقنية المنطق المضبب والتي تعتمد أساساً على مفاهيم المجموعات المذببة والتي تعتبر أيضاً المجال الأعم بالنسبة لمفاهيم المجموعات التقليدية. يقدم هذا البحث على نحو تمهيدي، نظرية المجموعات المذببة ومنطقها كنظام رياضي متكامل. حيث تم شرح مفهوم النظرية المذببة، وتعريف عمليات المنطق المضبب، والتي تتكون من إحدى عشرة عملية أساسية. بالإضافة إلى العمليات الأخرى التي يتضمنها الجبر المضبب. يعد هذا البحث مدخلاً لإسناد بحوث أخرى في هذا الموضوع المهم والحيوي.

الكلمات المفتاحية: نظرية المنطق المضبب، العضوية، الغير عضوية، محتواة الحتواة ضمناً، المتمم، المتتم، النسبي، الاتحاد، التقاطع، الاختلاف المتمائل، الضرب الجبري، الجمع الجبري، الجمع المباشر.

المقدمة:

الأخرى أنه يحسن السرعة والحفظ والكفاءة ولا يتطلب تركيبات معقدة. بقية المحاولات السابقة لقياس درجة التعقيد في بعض التطبيقات تقع على حدود قاطعة بين ماهو معقد وغير معقد، [3]. وأخيراً يمتاز هذا المنطق عن المنطق الثنائي بالميزات الآتية:

- 1 لا يحتاج إلى صيغة رياضية 4 يستخدم اللغة معقدة. الطبيعية.
- 2 سهل في التعامل 5 يوفر نتائج دقيقة.
- 3 يعمل بشكل جيد مع بقية التقنيات.

ففي العديد من التطبيقات تعرف درجات العضوية في المجموعة المذببة على إنها أعداد مذببة (Fuzzy Numbers). مثل كبير، أكبر، أكبر، أصغر قليلاً، قديم، عالي، عالي جداً، وغيرها. والتي يتم تحويلها إلى شكل خاص يتمكن الحاسوب من استخدامه بسهولة. وبسبب هذه الإمكانية فقد أصبح المنطق المضبب جزءاً مهماً في عملية تطوير المكانن الذكية (Intelligent Machines) [3,2].

(2) المفهوم الرياضي للمجموعة المذببة

1-2 تعريف الخاصية الضبابية: لنفرض إن (X) هي فضاء أو مجموعة من الأشياء (Space of Objects). وإن (x) هو عنصر موجود ضمن المجموعة (X). ولنفرض إن (P₁, P₂, ..., P_n) هي (n) من الخصائص لـ (x) وبالإمكان

تعتبر نظرية المجموعة المذببة (Fuzzy Set Theory) شاملة لنظرية المجموعة التقليدية (Abstract Set Theory) ذات الحدود الثابتة، أو إنها الحالة العامة لنظرية المجموعة بمفهومها التقليدي. كما يمكننا تعريف نظرية المجموعة المجردة أو التقليدية بجميع مبرهناتها وأثبتاتها الخ، على إنها حالة خاصة من المجموعة المذببة [1,0] فالانتقال بين العضوية (Membership) وبين الغير عضوية (Non-Membership) في المجموعة المذببة يكون تدريجي أكثر مما هو حدي. فدرجة العضوية (Grade Of Membership) تتحدد بواسطة عدد معين يقع ضمن الفترة المغلقة [1,0] أي يقع بين (الصفر) الذي يمثل الغير عضوية (والواحد) الذي يمثل أعلى درجات العضوية. فالمجموعة المذببة وكما يبدو من أسمها، إنها لاتخضع إلى مقياس محدد بل تعتمد التعبير اللغوية الذي يتم تمثيله على شكل مجاميع مذببة. وكل مجموعة تكون عناصرها عبارة عن درجات عضوية وليست علاقة انتماء كما هو الحال في المجاميع التقليدية [1]. أما درجات العضوية فهي ذاتية Subjective بطبيعتها. وذلك لأنها تخضع إلى التعريف أكثر منها إلى القياس وتعتمد على المحتوى وليس من الضروري التعامل معها على إنها أرقام دقيقة. لذا فإن المنطق المضبب يناقض أو يضاهي قابلية الإنسان في القدرة على التفكير واستعمال معلومات تقريبية لإيجاد حلول دقيقة ومضبوبة [2]. وبسبب هذه الإمكانية فإن الأنظمة التي يدخل المنطق المضبب في تصميمها تمتاز بالبساطة وسهولة السيطرة والبناء والاختبار كما أنها تمتاز بسيطرة مرنة وناعمة مقارنة بالأنظمة التقليدية. من مميزات

*دكتوراه - جامعة بغداد - كلية التربية للبنات - قسم الحاسبات

الحال في المنطق التقليدي. بل بالإمكان افتراض أي قيمة ضمن الفترة المغلقة $[0, 1]$ والتي تستعمل للإيعاز عن درجة الانتماء التي يتم تمثيلها باستعمال المتغيرات اللغوية [5].

(3) العلاقات والعمليات الرياضية على المجاميع المضببة

يتضمن هذا البند مجموعة من العمليات والعلاقات الخاصة بالمجاميع المضببة، والتي تتضمن إحدى عشرة عملية رياضية. إذا ما تم اعتبار المجموعة الخالية هي علاقة رياضية مستقلة بذاتها وحسب ما أشارت إليه العديد من المصادر الرياضية المتخصصة بمجال المنطق المضبب. حيث تعتبر المجموعة (A) مضببة خالية (Empty)، إذا فقط إذا كانت درجة العضوية صفراً لها مطابقة على (X)، وإن المجموعة المضببة (A) هي مجموعة شاملة (Universal) إذا فقط إذا كانت درجة العضوية واحد أي أعلى درجة عضوية مطابقة على (X)، والعلاقات هي كآلاتي [1, 2]:

4]

1-3 علاقة المساواة المضببة: لنفرض إن (A)، (B) مجموعتين مضببتين ومتساويتين وإن $f_A(x)$ ، $f_B(x)$ هما درجتا العضوية للمجموعتين (A)، (B). ويمكن التعبير عن هذا النص رياضياً كآلاتي:

$$A = B \text{ iff } f_A(x) = f_B(x) \\ \{ \text{لجميع قيم } x \text{ في } X \} \text{----- (4)}$$

2-3 علاقة الاحتواء المضببة: لتكن (A)، (B) مجموعتين مضببتين، المجموعة (A) محتواة (Contained) في المجموعة (B). ويعبر عنها رياضياً $A \subseteq B$ إذا كانت $f_A \leq f_B$. أما إذا كانت المجموعة (A) محتواة ضمناً (Strictly Contained) في المجموعة (B) فيرمز لها كآلاتي:

$$A \subset B \text{ iff } f_A < f_B \text{----- (5)}$$

أذن يقال للمجموعة (A) أنها مجموعة جزئية (Subset) من المجموعة (B)، إذا كانت $A \subseteq B$ ويقال لها جزئية مناسبة (Proper Subset) إذا كانت $A \subset B$.

3-3 علاقة المتمم المطلق المضبب والمتمم النسبي المضبب: يرمز للمتمم المطلق (Absolute Complement) للمجموعة المضببة (A) بـ (A') إن هذه العلاقة الرياضية تستخدم بشكل واسع في معظم التطبيقات العملية

أعتبرها (n) من المتغيرات حيث يرمز بالحرف (P) لفضاء الخاصية (Property Space). فإذا كانت هذه الخصائص (n) غير مرتبطة بعضها ببعض. أذن يتم معاملة (n) على أنها متغيرات غير معتمدة على بعضها البعض.

وعليه فيتم تعريف متجه الخاصية على إنه متجه ذو (n) من العناصر. حيث يتم ربط الفضائين فضاء الأشياء مع فضاء الخصائص. وتمثل كل نقطة في فضاء الخاصية بالشكل الآتي [1, 4]:

$$X = (P_1, P_2, \dots, P_n) \text{----- (1)}$$

الآن لنصف المجموعة المضببة (A) في الفضاء (X) بدالة العضوية أو دالة الخصائص نسبة إلى الخصائص الحقيقية لـ (x) فيتم تمثيل المجموعة المضببة كآلاتي:

$$f_A(x) = (P_1, P_2, \dots, P_n) \text{----- (2)}$$

وهذه هي علاقة الترابط الدالي على فضاء الخاصية والمعرف بفضاء الشيء (X) ضمن الفترة المغلقة $[0, 1]$. حيث تمثل قيمة $f_A(x) = (P_1, P_2, \dots, P_n)$ عند كل (x) درجة العضوية لـ (x) في (A)، وللإساطة يرمز لها بـ $f_A(x)$ عوضاً عن $f_A(x) = (P_1, P_2, \dots, P_n)$ ومن هذا التعريف للخاصية المضببة نلاحظ أن أقرب قيمة لـ $f_A(x)$ تكون الواحد والتي تمثل أعلى درجة عضوية لـ (x) في (A). فإذا كانت (A) هي مجموعة غير مضببة (Non-Fuzzy Set) وهي المجموعة الاعتيادية التي يمكن أن تطبق عليها قوانين الجبر القديم، أذن $f_A(x)$ سوف تأخذ قيمتين فقط هما الصفر والواحد وتفسر رياضياً كآلاتي:

$f_A(x) = 1$ وتعني تنتمي إلى المجموعة و $f_A(x) = 0$ تعني لا تنتمي إلى المجموعة. أما في المجاميع المضببة فالعناصر الذي درجة عضويته (1) يقال إنه ذو عضوية كاملة (Full Membership) والعنصر الذي درجة عضويته (0) يقال غير عضوية له (Non-Membership) [4, 2, 1].

2-2 تعريف المجموعة المضببة: من التعاريف المهمة للمجموعة المضببة، إنها ذلك الصنف من المجاميع التي تسمح بإمكانية تجزئة العضوية فيها. لتكن $X = \{x\}$ هي فضاء من الأشياء وإن (A) مجموعة مضببة في (X)، وهي عبارة عن مجموعة من الأزواج المرتبة والتي يتم التعبير عنها رياضياً كآلاتي [1]:

$$A = \{x, \mu_A(x)\} \quad x \in X \text{----- (3)}$$

حيث أن (μ) تمثل دالة درجة العضوية.

3-2 تعريف المنطق المضبب: يعرف المنطق المضبب على إنه نوع خاص من المنطق المتعدد القيم (Multi-Valued Logic) يعتمد على مفاهيم المجاميع المضببة. ففي المنطق المضبب تكون القيمة الحقيقية لمتغير ما، لاتأخذ قيمتين فقط كما هو

بالرمز $(A+B)$ ويكون ناتج العملية مجموعة مضببة دالتها العضوية (f_{A+B}) ومرتبطة بتلك المجموعتين (A, B) ، يكتب ناتج العملية الرياضية بالشكل الآتي [4]:

$$f_{A+B} = f_B + f_A \quad (13)$$

3-9 عملية الجمع المباشر المضبب: يرمز لعملية الجمع المباشر (Direct Sum) لمجموعتين مضببتين (A, B) مع دوالهما العضوية (f_B, f_A) ويكون ناتج العملية مجموعة مضببة دالتها العضوية هي (f_{A+B}) ومرتبطة بتلك المجموعتين (A, B) أما الصيغة الرياضية لهذه العملية فتكتب بالشكل الآتي:

$$f_{A \oplus B} = f_{A+B} - f_{AB} \quad (14)$$

(4) الجبر المضبب

4-1 تعريف: ليكن الجبر المضبب عبارة عن نظام متمثل بالآتي: $(Z, +, *, -, \langle z \rangle)$ حيث إن (Z) تمتلك على الأقل عنصرين منفصلين وان لكل $(x, y, z) \in Z$ وان النظام (Z) يحدد مجموعة من المبرهنات والمبينة في الجدول رقم (1) [1,4]:

جدول رقم (1): المبرهنات الرياضية

اسم العملية	عمليات الضرب	عمليات الجمع
التنظير (Idempotency)	$(x \cdot x) = x$	$(x + x) = x$
التبديل (Commutativity)	$(x \cdot y) = (y \cdot x)$	$(x + y) = (y + x)$
التجميع (Associativity)	$(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$	$(x + y) + z = x + (y + z)$
الامتصاص (Absorption)	$x \cdot (x + y) = x$	$x + (x \cdot y) = x$
التوزيع (Distributivity)	$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$	$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$

بالنسبة للمتمم (Complement) فإذا كانت (Z) (x) فإنه يوجد للعنصر (x) متمم وحيد هو (\bar{x}) يتم التعبير عنه كما في الجدول رقم (2) المبين ادناه:

جدول (2): أنواع المتممات

التعليق	نوع المتمم
المتمم المضاعف	$\bar{\bar{x}} = x$ and $\bar{x} \in Z$
العنصر المحايد الجمعي	$(x + e^+) = (e^+ + x) = x$
العنصر المحايد الضربي	$(x \cdot e^+) = (e^+ \cdot x) = x$
قوانين دي موركن	$\overline{(x + y)} = (\bar{x} \cdot \bar{y})$
قوانين دي موركن	$\overline{(x \cdot y)} = (\bar{x} + \bar{y})$
المضاعف المشترك الأصغر	$0 + x = x ; 0 \cdot x = 0$
المضاعف المشترك الأكبر	$1 + x = 1 ; 1 \cdot x = x$
قوانين كلين (Kleene's Laws)	$(x \cdot \bar{x}) + (y + \bar{y}) = y + \bar{y}$
قوانين كلين (Kleene's Laws)	$(x \cdot \bar{x}) \cdot (y + \bar{y}) = x \cdot \bar{x}$

للمنطق المضبب وذلك لسهولتها وتعرف رياضياً كآلاتي:

$$\bar{f}_A = 1 - f_A \quad (6)$$

وإذا كانت كل من (A) ، (B) مجموعتين مضببتين فيرمز للمتمم النسبي (Relative Complement) للمجموعة (A) نسبة إلى المجموعة (B) بـ $(B - A)$ وتعرف رياضياً هذه العلاقة كآلاتي:

$$f_{B-A} = f_B - f_A \quad (7)$$

4-3 علاقة الاتحاد المضبب: ينتج اتحاد (Union) مجموعتين مضببتين بموجب الدوال العضوية $\{f_B(x), f_A(x)\}$ مجموعة مضببة جديدة هي (C) ، وتكتب العلاقة الرياضية كآلاتي: $(C = A \cup B)$ ، أما الدالة العضوية للمجموعة الجديدة ممكن ان تكتب بالشكل الآتي [5]:

$$f_C(x) = \text{Max} [f_A(x), f_B(x)] \quad x \in X \quad (8)$$

5-3 علاقة التقاطع المضبب: ينتج التقاطع (Intersection) بين مجموعتين مضببتين (A, B) بموجب الدوال العضوية لهما، مجموعة مضببة جديدة هي (C) وتكتب العلاقة الرياضية بدلالة المجموعة كآلاتي: $(C = A \cap B)$ ، وان الدالة العضوية للمجموعة المضببة الجديدة (C) بدلالة دوال العضوية للمجموعتين (A, B) ممكن ان يعبر عنها رياضياً كآلاتي [5]:

$$f_C(x) = \text{Min} [f_A(x), f_B(x)] \quad x \in X \quad (9)$$

6-3 الاختلاف المتناظر المضبب: تمثل عملية الاختلاف المتناظر (Symmetrical Difference) أو الجمع البولياني (Boolean Sum) لمجموعتين مضببتين (A, B) مع الدوال العضوية لكل منهما (f_B, f_A) بالشكل الآتي:

$$f_{A \Delta B} \quad (10)$$

أما ناتج العملية فهو مجموعة مضببة حيث دالة العضوية للعملية مرتبطة بتلك المجموعتين وكالاتي [6]:

$$f_{A \Delta B} = |f_A - f_B| \quad (11)$$

7-3 عملية الضرب الجبري المضبب: يرمز لعملية الضرب الجبري (Algebraic Product) لمجموعتين مضببتين (A, B) مع دوالهما العضوية (f_B, f_A) بالرمز (AB) . وتكون نتيجة العملية هي مجموعة مضببة دالتها العضوية هي (f_{AB}) مرتبطة بتلك المجموعتين (AB) [4]:

$$f_{AB} = f_B \cdot f_A \quad (12)$$

8-3 عملية الجمع الجبري المضبب: يرمز لعملية الجمع الجبري (Algebraic Sum) لمجموعتين مضببتين (A, B) مع دوالهما العضوية

2- (A) هو متغير مضرب وكذلك (x_i) .
 3 - إذا كان (A) هو شكل مضرب فإن (A') هو شكل مضرب أيضاً.
 4 - إذا كانا (A, B) هما شكلان مضربان أذن $(A + B)$ وكذلك (AB) أشكال مضببة.
 أذن الأشكال المضببة هي تلك المذكورة أعلاه من القاعدة (1) الى القاعدة (4) فقط. أما درجة العضوية $\mu(S)$ تتحدد فقط من خلال القواعد الآتية [6, 7]:

- | | | | |
|---|--|----|----------------|
| 1 | $\mu(S) = 0$ | if | $S = 0$ |
| 2 | $\mu(S) = 1$ | if | $S = 1$ |
| 3 | $\mu(S) = \mu(x_i)$ | if | $S = x_i$ |
| 4 | $\mu(S) = 1 - \mu(S)$ | if | $S = \bar{A}$ |
| 5 | $\mu(S) = \text{Min} [\mu_A(S), \mu_B(S)]$ | if | $S = A \cap B$ |
| 6 | $\mu(S) = \text{Max} [\mu_A(S), \mu_B(S)]$ | if | $S = A \cup B$ |

من الواضح تماماً أن الأعداد الغير محددة (Infinite) لدرجات العضوية والمرادفة للمتغيرات يوجد عدد محدود (Finite) من الثنائي المرادف للـ $[0, 1]$ لكل متغير. أذن مجموعة الدوال العضوية تكون متألّفة مع الدوال البوليانية. ولقد تم في هذا البحث بناء خوارزمية خاصة باستخدام برنامج (Visual Basic) وكما مبينة في الشكل رقم (1) تتعامل مع العلاقات الرياضية والعمليات المنطقية الجبرية حتى أصبحت بمثابة حقيبة برمجية تخدم المهتمين في هذا المجال. كما تعتبر حقيبة تعليمية للمبتدئين في مجال المنطق المضرب. وأخيراً استخدام تلك الخوارزمية في بناء الدوائر المنطقية المضببة.

من الواضح أن النظام هو ذات توزيع شبكي مع وجود العنصرين المحايدين الجمعي والضربي. ومن الملاحظ أيضاً إن في الجبر البوليانى يوجد توزيع شبكي متمم مع وجود العنصر المحايد تحت عمليتي الجمع والطرح. لذلك فكل عنصر (x) في الجبر البوليانى يوجد (\bar{x}) وان $(x \cdot \bar{x} = 0)$ وكذلك $(x + \bar{x} = 1)$ هاتين الحالتين غير موجودتين في الجبر المضرب. لذا يمكننا تعريف الجبر المضرب بالنظام الآتي:

(15) $Z = \langle [0, 1], +, *, -, \bar{} \rangle$ ----
 حيث ان $(+, -, *)$ تمثل على التوالي (Complement, Min, Max) أي (أعلى قيمة، أدنى قيمة، المتممة) ويعبر عن هذه العمليات بالصيغ الآتية:

$$x = 1 - x \quad \forall x \in [0, 1] \quad (16)$$

وان العنصرين المحايدين الجمعي (e^+) والضربي (e^0) يعبر عنهما بـ $[0, 1]$ على التوالي. وفي هذا الجبر المضرب يتم تحديد هذان العنصران كالتالي:

$$x \cdot 0 = 0 \quad (17)$$

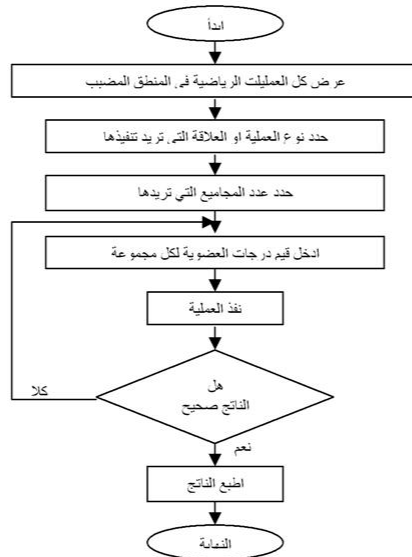
$$x + 0 = x \quad (18)$$

$$x \cdot 1 = x \quad (19)$$

$$x + 1 = 1 \quad (20)$$

لذا فإن مصطلح المتغير المضرب (Fuzzy Variable) سوف يعوض عن المتغير التقليدي، كما أنه سوف يتم حذف الرمز $(.)$ وتكتب العلاقة (x, y) بالشكل الآتي (xy) . وألان بإمكاننا تعريف الأشكال المضببة المتولدة من (x_1, \dots, x_n) ونسترجع القواعد الأساسية الآتية:

1- الأرقام الغير منتهية التي تقع ضمن $[0, 1]$ هي أشكال مضببة.



(5) الأمثلة التطبيقية

شكل (1): مخطط انسيابي يوضح خطوات تنفيذ العمليات الرياضية في المنطق المضرب

3- لتكن $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 * (x_2 + x_3) * (x_2' + x_3)$ ولنفرض أن درجات العضوية لـ (x_1, x_2, x_3) كالتالي: $\mu(x_1) = 0.4$ ، $\mu(x_2) = 0.7$ ، $\mu(x_3) = 0.6$ أذن:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \{ \mu(x_1), \mu(x_2+x_3), \mu(x_2'+x_3) \}) \\ x_3] &= \text{Min} \\ &= \text{Min} \{ \mu(x_1), \text{Max} \{ \mu(x_2'), \mu(x_3) \} \} \\ &= \text{Max} \{ \mu(x_2), \mu(x_3) \}, \\ &= \text{Min} \{ 0.4, \text{Max} \{ 0.7, 0.6 \}, \text{Max} \{ 1 - \\ &\{ \mu(x_2), \mu(x_3) \} \} \} \\ &= \text{Min} \{ 0.4, 0.7, \text{Max} \{ 1-0.7, 0.6 \} \} \\ &= \text{Min} \{ 0.4, 0.7, 0.6 \} = 0.4 \end{aligned}$$

4- نفرض ان دوال العضوية لـ (A, B) تكون كالتالي:

$A = \{0, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1\}$ و $B = \{0.2\}$ ، لاجراء بعض العمليات الرياضية الخاصة بالمنطق المضرب من خلال استخدام الخوارزمية المذكورة اعلاه نحصل على النتائج المبينة في الجدول أدناه.

جدول (3): نتائج المسألة اعلاه.

A+B	A + $\bar{A}B$	$\bar{A} \cdot B$	\bar{A}	B	A
0.2	0.2	0.2	1	0.2	0
0.2	0.2	0.2	0.9	0.2	0.1
0.3	0.3	0.2	0.7	0.2	0.3
0.5	0.5	0.2	0.5	0.2	0.5
0.7	0.7	0.2	0.3	0.2	0.7
0.9	0.9	0.1	0.1	0.2	0.9
1	1	0	0	0.2	1

(6) المتغيرات اللغوية وأهميتها في المنطق المضرب

منذ سنين طويلة ولغاية الآن بقي مجال فهم كيفية استعمال اللغة الطبيعية (Natural Language) في التطبيقات المختلفة من الأمور الصعبة أن لم تكن مستحيلة. إن المشكلة الرئيسية في فهم اللغة الطبيعية، هي أن معظم الجمل التي يستعملها الإنسان تقترض معرفة الإحساس العام الذي يتعامل به الإنسان في عملية اتخاذ القرار اللازم وفهم المحيط العام للعمل أو للماكنة [7]. وأن الصعوبة الخاصة هي كيفية توصيل أو نقل مثل هذه المعرفة إلى الحاسوب. وحيث إن المنطق المضرب يعتمد على فكرة المتغيرات اللغوية أو اللغوية (Linguistic Variables)، [8]. تلك المفاهيم اللغوية التي بالإمكان تمثيلها على شكل مجاميع مضبية. وبسبب نجاح المنطق المضرب في العديد من التطبيقات والمجالات العلمية وكما موضح في المخطط رقم (3) أدناه [5].

1- لتكن (X) مجموعة الأعداد الحقيقية، وإن (A) هي مجموعة الأعداد الحقيقية القريبة إلى (1)، أذن دالة العضوية للمجموعة (A) تكون كالتالي:

$$f_A(x) = [1 + (x-1)^2]^{-1} \quad x \in X$$

ولتكن (B) هي مجموعة الأعداد الحقيقية المغلقة إلى (2) وأن دالة العضوية للمجموعة (B) معرفة بالشكل الآتي:

$$f_B(x) = [1 + (x-2)^2]^{-1} \quad x \in X$$

فإن اتحاد المجموعتين (A, B) يعبر عنه رياضياً كالتالي:

$$f_{A \cup B}(x) = \text{Max} [f_A(x), f_B(x)]$$

$$f_{A \cup B}(x) = [1 + (x-1)^2]^{-1} \quad x \leq 1.5 \quad \text{-----(21)}$$

$$f_{A \cup B}(x) = [1 + (x-2)^2]^{-1} \quad x \geq 1.5 \quad \text{-----(22)}$$

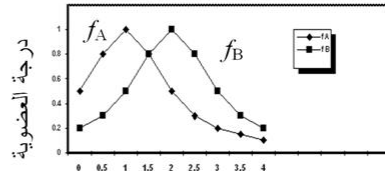
المنحنيين (f_B, f_A) يكون تقاطعهما عند نقطة (X) (=1.5) كما هو واضح في الشكل أعلاه، وعلاقة التقاطع بين المجموعتين المضببتين (A, B) يعبر عنها :-

$$f_{A \cap B}(x) = \text{Min} [f_A(x), f_B(x)]$$

$$f_{A \cap B}(x) = [1 + (x-1)^2]^{-1} \quad x \leq 1.5 \quad \text{-----(23)}$$

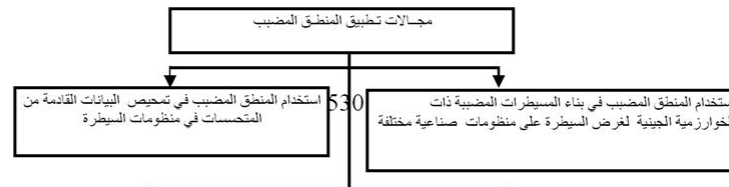
$$f_{A \cap B}(x) = [1 + (x-2)^2]^{-1} \quad x \geq 1.5 \quad \text{-----(24)}$$

من المعادلات أعلاه يتضح إن اتحاد المجموعتين المضببتين (A, B) يعني مجموعة جميع الأعداد التي تكون مغلقة إلى (1) وإلى (2) ونفس الأستننتاج يكون إلى علاقة التقاطع، وكما موضح في الشكل رقم (2).



التوزيع الشامل (Universe of Discourse)

2- إذا كانت (X) مجموعة جميع الأرقام الحقيقية الأكبر من واحد، وكانت (A) هي مجموعة الأرقام الحقيقية الأقل من واحد. أذن $f_A(x) = 0$ لكل $(x \in X)$ يقال أن (A) مجموعة فارغة في (X). ومن ناحية أخرى إذا كانت (B) مجموعة جميع الأرقام الأكبر من صفر. أذن $f_B(x) = 1$ لكل $(x \in X)$ يقال حينئذ إن (B) هي مجموعة شاملة في (X).



4. Cornelius T. Leondes, 1998, "Fuzzy Logic and Expert Systems Applications".
5. د. منى هادي صالح, 1999, "تقويم قابلية تطبيق المنطق المضبب", المؤتمر الخامس لجامعة بابل.
6. Kasabov N.K., 2005, "Hybrid Connections Production Systems: An Approach to Releasing Fuzzy Expert Systems," Journal of Systems Engineering for Signal Processing, IEEE Communications Society.
7. Hiroaki Kikuchi, 2006, "Knowledge Acquisition Based on Fuzzy Switching Functions"
8. Mukaidono M., 2006, "Kleene Algebra's in Fuzzy Truth Table Values", the fourth Inter, Workshop on Rough sets, Fuzzy sets, and Machine Discovery University of Tokyo.

وكمؤشر عملي حول مدى نجاح هذا المنطق الجديد، هو ان في العديد من الدول الصناعية أصبحت مسألة إضافة هذا المنطق مسألة روتينية وخاصة تطبيقات الذكاء الاصطناعي (Artificial Intelligent) حيث يعتبر الاتصال أو المحاكاة مع الأشخاص، وبالتحديد المحاكاة مع تفكيرهم عملية مركبة ومشوشة وهذا سوف يساعد في عبور الفجوة مابين التشابه ومرونة تفكير الإنسان والبنية الصلدة للحاسبات الحالية [8].

المصادر

1. Kandel A. and Lee C.S, 1978, "Fuzzy Switching and Automata Theory and Applications", New York, Crane, Russak, and London.
2. Gupta M. M., Sanchez E., 1982, "Approximate Reasoning in Decision Analysis," Nath Holland.
3. Zadah L.A. and Sanchez E., 1984, "Approximate Computers Thinks Like People," IEE Spectrum Vol. 21, No. 8, Aug.

Study and Analysis the Mathematical Operations of Fuzzy Logic

*Muna Hadi Saleh**

*Baghdad University/ College of Education Women / Computer Science Department

Key words: Fuzzy Set Theory, Full membership, Non-Membership, Contained, Strictly Contained, Absolute Complement, Relative Complement, Union, Intersection, Symmetrical Difference, Boolean Sum, Algebraic Product, Algebraic Sum, Direct Sum.

Abstract

The last decade of this 20th century provides a wide spread of applications of one of the computer techniques, which is called Fuzzy Logic. This technique depends mainly on the fuzzy set theory, which is considered as a general domain with respect to the conventional set theory. This paper presents in initiative the fuzzy sets theory and fuzzy logic as a complete mathematics system. Here it was explained the concept of fuzzy set and defined the operations of fuzzy logic. It contains eleven operations beside the other operations which related to fuzzy algebra. Such search is considered as an enhancement for supporting the others waiting search activities in this field.