مقدر بيز المقلص التجميعي بمرحلتين لتباين التوزيع الطبيعي ولحجوم متساوية للعينتين

محمد حسين عبد الحميد جواد * فاطمة عبد الحميد جواد **

استلام البحث 1، اذار، 2011
قبول النشر 1، حزيران، 2011

الخلاصة:

في هذا البحث تمت دراسة مقدر لتباين التوزيع الطبيعي عندما يكون متوسط التوزيع غير معلوم بالاعتماد على دالة تجميعية ما بين المقدر غير المتحيز والمقدر البيزي لتباين التوزيع الطبيعي التي سيتم استخدامها ضمن صيغة المقدر المقلص بمرحلتين للحصول على مقدر لتباين التوزيع الطبيعي عندما يكون متوسط التوزيع غير معلوم وذو كفاءة عالية ، عند استخدامنا لحجوم صغيرة ومتساوية للعينتين المسحوبتين .

المقدمة :

يدل المقدر البيزي لتباين المتغير العشوائي X الذي يتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط للتوزيع M غير معلوم وبتباين للتوزيع ممثل بالمعلمة σ^2 غير معلومة والحاصل عليه من خلال تطبيق نظرية القرارات بالاعتماد على دالة الكثافة الاحتمالية المعتمدة على المعلمة σ^2 وعلى دالة التوزيع الاولي للمعلمة σ^2 ما هو الا عبارة عن دالة تجميعية ما بين المعلومات التي نحصل عليها من العينة المسحوبة والمعلومات الاولية المسبقة عن المعلمة σ^2 والمعبر عنها بصيغة σ_0^2 . ومن خلال العلاقة التي تم ذكرها تم استخدام صيغة جديدة لدالة التقلص موزونة تجمع ما بين المقدر البيزي للتباين والمقدر غير المتحيز للتباين التي تمت تسميته بالدالة البيزية المقلصة التجميعية للتباين والتي سيتم استخدامها ضمن صيغة المقدر المقلص بمرحلتين ولحجوم متساوية للعينتين المسحوبتين .

صيغة مقدر بيزالمقلص التجميعي بمرحلتين لتباين التوزيع الطبيعي ولحجوم متساوية للعينتين:

ان الدالة

$E(\sigma^2/S_{n_1}^2)+\ell[S_{n_1}^2-E(\sigma^2/S_{n_1}^2)]$

ينظر [1]

التي تمت تسميتها بالدالة البيزية المقلصة التجميعية ،سيتم استخدامها ضمن صيغة المقدر المقلص بمرحلتين ولحجوم متساوية للعينتين $n_1=n_2$ والحجم الكلي $n=n_1+n_2$ وذلك في الحصول على صيغة مقدر بيز المقلص التجميعي بمرحلتين لتباين التوزيع الطبيعي عندما يكون متوسط التوزيع غير معلوم وكما يأتي:

$$\tilde{\sigma}_B^2=\begin{cases} E(\sigma^2/S_{n_1}^2)+\ell[S_{n_1}^2-E(\sigma^2/S_{n_1}^2)] & \text{if } S_{n_1}^2\in R^* \\ \frac{1}{2}[E(\sigma^2/S_{n_1}^2)+E(\sigma^2/S_{n_2}^2)]=E(\sigma^2/S_p^2) & \text{if } S_{n_1}^2\in \bar{R}^* \end{cases} \quad \cdots(1)$$

اذا ان $E(\sigma^2/S_{n_i}^2)=\frac{s_{n_i}^2+2\sigma_0^2(\frac{2}{n_i-1})}{2(\frac{2}{n_1-1})+1}$

يمثل المقدر البيزي للتباين الحاصل عليهِ من العينة المسحوبة $n_i\geq 5$ و $i=1,2$ ومن تطبيق نظرية القرارات بالاعتماد على دالة الكثافة الاحتمالية المعتمدة على المعلمة σ^2 والمعبر عنها بما يأتي :

$$f(S_{n_i}^2/\sigma^2)=\frac{(s_{n_i}^2)^{\frac{n_i-1}{2}}\, e^{\frac{-(n_i-1)s_{n_i}^2}{2\sigma^2}}}{\Gamma(\frac{n_i-1}{2})(\frac{2\sigma^2}{n_i-1})^{\frac{n_i-1}{2}}} \quad \cdots(2)$$

$S_{n_i}^2>0, \sigma^2>0$,i=1,2

وبالاعتماد على دالة التوزيع الاولي للمعلمة σ^2 والمعبر عنها بما يأتي :

* شعبة العلوم الاساسية ، كلية الزراعة ، جامعة بغداد .
** قسم الاحصاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد

$$g(\sigma^2)=\frac{\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)^4[2\sigma_0^2]^3 e^{\frac{-2\sigma_0^2}{\sigma^2}}}{\Gamma(3)} \cdots (3)$$

$$,\ \sigma_0^2 > 0\ \sigma^2 > 0$$

ينظر [2] وينظر [3]

اي ان $\sigma^2 \sim IG\left(3, \frac{1}{2\sigma_0^2}\right)$

وبالاعتماد على دالة خسارة مربع الخطأ والمعبر عنها بالصيغة الاتية:

$$L(S_{n_i}^2, \sigma^2)=(S_{n_i}^2-\sigma^2)^2 \cdots (4)$$

وان S_p^2 هو المقدر غير المتحيز للتباين المسحوب من العينة الكلية $n=n_1+n_2$ والمعبر عنه بما يأتي :

$$S_p^2=\frac{(n_1-1)s_{n_1}^2+(n_2-1)s_{n_2}^2}{n-2} > 0$$

وان

ℓ عامل للتقلص قيمتة تتراوح ما بين الصفر والواحد

R^*هي منطقة الاختبار وقيمتها اكبر من الصفر

$\bar{R}^*$هي منطقة الاختبار المكملة لR^* وقيمتها اكبر من الصفرايضاً.

تحديد منطقة الاختبار R^* :

ان منطقة الاختبار R^* يتم الحصول عليها من خلال تقليل متوسط الخطأ التربيعي الخاص بالمقدر البيزي المقلص التجميعي بمرحلتين لتباين التوزيع الطبيعي وكما يأتي :

$$MSE(\tilde{\sigma}_B^2/\sigma^2) = \int_{R^*}\{E(\sigma^2/S_{n_1}^2)+\ell[S_{n_1}^2-E(\sigma^2/S_{n_1}^2)]-\sigma^2\}^2 f(S_{n_1}^2/\sigma^2)dS_{n_1}^2 + \int_{s_{n_2}^2}\int_{\bar{R}^*}\{E(\sigma^2/S_p^2)-\sigma^2\}^2 f(S_{n_1}^2/\sigma^2)f(S_{n_2}^2/\sigma^2)dS_{n_1}^2 dS_{n_2}^2 \cdots (5)$$

وبسبب الاستقلالية ما بين العينتين n_1 و n_2 وباجراء التكامل حول $S_{n_2}^2$ سنحصل على ما يأتي:-

$$MSE(\tilde{\sigma}_B^2/\sigma^2)=\int_{R^*}\{(E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma^2)+\ell[S_{n_1}^2-E(\sigma^2/S_{n_1}^2)]\}^2 f(S_{n_1}^2/\sigma^2)dS_{n_1}^2+\int_{\bar{R}^*}\{(\tfrac{1}{2})^2[E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma^2]^2+(\tfrac{1}{2})^2E[E(\sigma^2/s_{n_2}^2)-\sigma^2]^2+\tfrac{1}{2}[E(\sigma^2/S_{n_1}^2-\sigma^2]E[E(\sigma^2/s_{n_2}^2)-\sigma^2]\}f(S_{n_1}^2/\sigma^2)dS_{n_1}^2 \cdots (6)$$

ينظر [4]

المعادلة رقم (6) يمكن التعبير عنها بما يأتي :-

$$MSE(\tilde{\sigma}_B^2/\sigma^2)=E[E(\sigma^2/S_p^2)-\sigma^2]^2+\int_{R^*}\{[(E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma^2)+\ell[S_{n_1}^2-E(\sigma^2/S_{n_1}^2)]]^2-[(\tfrac{1}{2})^2[E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma^2]^2+(\tfrac{1}{2})^2E[E(\sigma^2/S_{n_2}^2)-\sigma^2]^2+\tfrac{1}{2}[E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma^2]E[E(\sigma^2/S_{n_2}^2)-\sigma^2]]\}f(S_{n_1}^2/\sigma^2)dS_{n_1}^2 \cdots (7)$$

وبالتعويض عن σ^2 بσ_0^2 في المعادلة رقم 7 سنحصل على ما يأتي :

$$MSE(\tilde{\sigma}_B^2/\sigma_0^2)=var[E(\sigma^2/S_p^2)]+\int_{R^*}\{[(E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma_0^2)+\frac{4}{n_1-1}\ell[E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma_0^2]]^2-[(\tfrac{1}{2})^2[E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma_0^2]^2+(\tfrac{1}{2})^2 var[E(\sigma^2/S_{n_2}^2)]]\}f(S_{n_1}^2/\sigma_0^2)dS_{n_1}^2 \cdots (8)$$

مقدار التغير في $MSE(\tilde{\sigma}_B^2/\sigma_0^2)$ يعبر عنهُ بما يأتي :-

$$\Delta MSE(\tilde{\sigma}_B^2/\sigma_0^2)=var[E(\sigma^2/S_p^2)]+$$

$$\{[(E(\sigma^2/S_{n_1}^2)\sigma_0^2)+\frac{4}{n_1-1}\ell[E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma_0^2]]^2-[(\tfrac{1}{2})^2[E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma_0^2]^2+(\tfrac{1}{2})^2\mathrm{var}[E(\sigma^2/S_{n_2}^2)]]\}f(S_{n_1}^2/\sigma_0^2)\,\Delta E(\sigma^2/S_{n_1}^2)\cdots(9)$$

وبالاعتماد على المعادلة الاتية:

$$\frac{\partial\Delta \mathrm{MSE}(\tilde{\sigma}_B^2/\sigma_0^2)}{\partial\Delta E(\sigma^2/S_{n_1}^2)}=0\cdots(10)$$

سنحصل على ما يأتي :-

$$E(\sigma^2/S_{n_1}^2)=\sigma_0^2\mp\frac{1}{2}\sqrt{\frac{var[E(\sigma^2/S_{n_2}^2)]}{(\frac{4}{n_1-1}\ell+1)^2-(\frac{1}{2})^2}}\cdots(11)$$

وبناء على ذلك فأن:

$$R^*=\sigma_0^2\mp\frac{1}{2}\sqrt{\frac{var[E(\sigma^2/S_{n_2}^2)]}{(\frac{4}{n_1-1}\ell+1)^2-(\frac{1}{2})^2}}\cdots(12)$$

وبما ان $n_1=n_2$ فأن

R^* يمكن التعبير عنها بما يأتي :

$$R^*=[\sigma_0^2 a,\sigma_0^2 b]\cdots(13)$$

اذ ان

$$a=1-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{(n_1-1)[\frac{4}{n_1-1}+1]^2[(\frac{4}{n_1-1}\ell+1)^2-\frac{1}{4}]}}\cdots(14)$$

$$b=1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{(n_1-1)[\frac{4}{n_1-1}+1]^2[(\frac{4}{n_1-1}\ell+1)^2-\frac{1}{4}]}}\cdots(15)$$

اشتقاق معادلة متوسط الخطأ التربيعي :

لدراسة كفاءة المقدر البيزي المقلص التجميعي بمرحلتين لتباين التوزيع الطبيعي فان ذلك يتطلب اجراء مقارنة بالمقدر غير المتحيز للتباين والممثل بخاصية الكفاءة النسبية المعتمدة على معرفة متوسط الخطأ التربيعي للمقدر البيزي المقلص التجميعي بمرحلتين وكما يأتي :-

$$\mathrm{MSE}(\tilde{\sigma}_B^2/\sigma^2)=\mathrm{var}[E(\sigma^2/S_p^2)]+R^*\int\{[(E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma^2)+\ell[S_{n_1}^2-E(\sigma^2/S_{n_1}^2)]]^2-[(\tfrac{1}{2})^2[E(\sigma^2/S_{n_1}^2)-\sigma^2]^2+(\tfrac{1}{2})^2\mathrm{var}[E(\sigma^2/S_{n_2}^2)]]\}\ f(S_{n_1}^2/\sigma^2)\ dS_{n_1}^2\cdots(16)$$

صيغة($\mathrm{MSE}\,\tilde{\sigma}_B^2/\sigma^2$) تم الحصول عليها بالاعتماد على المعادلات 7,6,5 وكذلك بالاعتماد على ان القيمة الحقيقية ل σ^2 تساوي σ_0^2 عند استخدام المدة الكاملة للمقدر غير المتحيز والاقل تباينا والمنتظم $S_{n_2}^2$.

وبعد التعويض واجراء العمليات الرياضية اللازمة للمعادلة رقم 16تم التوصل الى صيغة لمتوسط الخطأ التربيعي وكما يأتي :

$$\mathrm{MSE}(\tilde{\sigma}_B^2/\sigma^2)=(\sigma^2)^2[\frac{2}{2(n_1-1)(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}+\frac{\frac{16}{(n_1-1)^2}(\lambda-1)^2}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_0+\frac{(n_1+1)}{(n_1-1)(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_2-\frac{2}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_1+\frac{1}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_0+\frac{\frac{8}{n_1-1}(\lambda-1)}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_1-\frac{\frac{8}{n_1-1}(\lambda-1)}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_0+\frac{\frac{16}{(n_1-1)^2}\ell^2(n_1+1)}{(n_1-1)(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_2-\frac{\frac{32}{(n_1-1)^2}\ell^2\lambda}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_1+\frac{\frac{16}{(n_1-1)^2}\ell^2\lambda^2}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_0+\frac{\frac{32}{(n_1-1)^2}\ell(\lambda-1)}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_1-\frac{\frac{32}{(n_1-1)^2}\ell(\lambda-1)\lambda}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_0+\frac{\frac{8}{n_1-1}\ell(n_1+1)}{(n_1-1)(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_2-\frac{\frac{8}{n_1-1}\ell\lambda}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_1-$$

$$\frac{\frac{8}{n_1-1}\ell}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_1+\frac{\frac{8}{n_1-1}\ell\lambda}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_0-$$
$$\frac{\frac{4}{(n_1-1)^2}(\lambda-1)^2}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_0-$$
$$\frac{\frac{1}{4}(n_1+1)}{(n_1-1)(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_2+\frac{\frac{1}{2}}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_1-$$
$$\frac{\frac{1}{4}}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_0-\frac{\frac{2}{n_1-1}(\lambda-1)}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_1+\frac{\frac{2}{n_1-1}(\lambda-1)}{(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}$$
$$G_0-\frac{\frac{1}{2}}{(n_1-1)(\frac{4}{n_1-1}+1)^2}G_0]\cdots(17)$$

اذ ان

$$\lambda=\frac{\sigma_0^2}{\sigma^2}\quad\cdots(18)$$

$$G\emptyset=G[(n_1-1)+2\emptyset;(n_1-1)\lambda b]-G[(n_1-1)+2\emptyset;(n_1-1)\lambda a]\ \ldots(19)$$

$$\emptyset=0,1,2,\cdots$$

ينظر [5]

اذ ان

$G[(n_1-1)+2\emptyset;(n_1-1)\lambda a]$, $G[(n_1-1)+2\emptyset;(n_1-1)\lambda b]$

تمثل دالة التوزيع التجميعي لمربع كاي بدرجة حرية $(n_1-1)+2\emptyset$.

الكفاءة النسبية لمقدر بيز المقلص التجميعي بمرحلتين للتباين :

لحساب الكفاءة النسبية ستتم مقارنة مقدر بيز المقلص التجميعي بمرحلتين بالمقدر غير المتحيز للتباين من خلال الصيغة الاتية :

$$REF[\tilde{\sigma}_B^2,s_p^2/\sigma^2]=\frac{MSE(s_p^2/\sigma^2)n}{MSE(\tilde{\sigma}_B^2/\sigma^2)E(n/\sigma^2)}\cdots(20)$$

ينظر [6]

اذ ان $E(n/\sigma^2)$ يمثل حجم العينة المتوقع الذي يتم الحصول عليهِ من خلال المعادلة الاتية:

$$E(n/\sigma^2)=n-n_1G_0\leq n\cdots(21)$$

اذ ان

$$G_0=p_r(s_{n_1}^2\in R^*)=\int_{R^*}f(s_{n_1}^2/\sigma^2)\,ds_{n_1}^2\cdots(22)$$

التطبيق :

عند التطبيق تم الاعتماد على حجوم صغيرة ومتساوية للعينتين المسحوبتين ولقيم مختلفة ل $(n=n_1+n_2,G,\phi,\ell,\lambda)$ والجداول اللاحقة تؤكد ما سيتم ذكرهُ من نتائج مهمة تم الحصول عليها باستخدام برنامج MathcAD لايجاد صيغ التكاملات كما سيتم عرض النتائج الحاصل عليها من عملية توليد البيانات التي تتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط M غير معلوم وتباين σ^2. اذ تمت المحاكاة باستخدام خوارزمية مونت كارلو مع اجراء تكرار بعدد (1000)محاولة والنتائج معروضة بجداول نتائج المحاكاة وفيما يأتي مناقشة لجميع النتائج المعروضة .

1- يعد حجم العينة المتوقع من المؤشرات المهمة في حساب الكفاءة النسبية ومن خلال الجدول رقم (1) ورقم (2)ورقم(3) نلاحظ بان حجم العينة المتوقع للتقدير البيزي المقلص التجميعي بمرحلتين لتباين التوزيع الطبيعي عندما يكون متوسط التوزيع غير معلوم يكون قريبا من حجم العينة الكلية nولجميع القيم المختلفة ل λ .

2- من الجداول رقم (1) ورقم (2) ورقم (3) نلاحظ بان حجم العينة المتوقع عندما $\ell=0.8$ يكون اكبر من حجم العينة المتوقع عندما $\ell=0.6$ ولجميع القيم المختلفة ل λ .

3- من الجدول رقم (1) ورقم (2) ورقم (3) نلاحظ بان حجم العينة المتوقع يكون اكثر قربا الى حجم العينة الكلية في حالة القيم المتطرفة ل λ اي في حالة $\lambda=1.2$ و $\lambda=0.8$.

4- من الجدول رقم (4) ورقم(5) ورقم (6) نلاحظ بان نتائج الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{\sigma}_B^2$ قيمتها اكبرمن الواحد ولجميع القيم المختلفة ل λ و ℓ و n .

5- نتيجة الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{\sigma}_B^2$ تتزايد عندما λ تقترب من الواحد ولجميع القيم المختلفة ل n و ℓ وكما موضحة بالجداول رقم (4) ورقم (5) ورقم (6) .

6- من الجداول رقم (4) ورقم (5) ورقم (6) نلاحظ بان نتيجة الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{\sigma}_B^2$ عندما $\ell=0.6$ قيمتها اكبر من الحالة عندما $\ell=0.8$ ولجميع القيم المختلفة ل n و λ .

7- عند اجراء مقارنة ما بين الجداول رقم (4) ورقم (5) ورقم (6) لكل قيمة من قيم ℓ على انفراد لوحظ بان نتيجة الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{\sigma}_B^2$ قيمتها تكون اكبر في حالة n صغيرة ولجميع القيم المختلفة ل λ .

8- من الجدول رقم (7) في حالة n=10 و $n_1=n_2=5$ و $=\sigma_0^2=2\sigma^2$ وعندما $\ell=0.6$ لوحظ بان الانحراف المتوسط للتقدير $\tilde{\sigma}_B^2$ يساوي (0.173) وعدد مرات التقليص مساوية الى (603) مرة وعدد مرات عدم التقليص مساوية الى (397) مرة وكانت قيمتهُ تتراوح ما بين (0.325) و(1.94) . وعندما $\ell=0.8$ لوحظ بان الانحراف المتوسط للتقدير $\tilde{\sigma}_B^2$ يساوي (0.198) وعدد مرات التقليص (476) مرة وعددمرات عدم التقليص مساوية الى (524) مرة وكانت قيمتهُ تتراوح ما بين (0.321) و (1.87) . اما التقدير s_p^2 فان الانحراف المتوسط للتقدير يساوي (0.381) وقيمتهُ تتراوح (0.094) و (2.872) . ومن الملاحظ ان التقدير الذي يمتلك اقل قيمة للانحراف المتوسط يكون اكثر قربا الى $=\sigma_0^2=2\sigma^2$.

9- من الجدول رقم (8) في حالة n=20 و $n_1=n_2=10$ و $=\sigma_0^2\sigma^2$ وعندما $\ell=0.6$ لوحظ بان الانحراف المتوسط للتقدير $\tilde{\sigma}_B^2$ يساوي (0.189) وعدد مرات التقليص مساوية الى (787) مرة وعدد مرات التقليص مساوية الى (213) مرة وكانت قيمتهُ تتراوح ما بين (0.397) و (1.908) . وعندما $\ell=0.8$ لوحظ بان الانحراف المتوسط للتقدير $\tilde{\sigma}_B^2$ يساوي (0.205) وعدد مرات التقليص مساوية الى (458) مرة وعدد مرات عدم التقليص مساوية الى (542) مرة وكانت قيمتهُ تتراوح ما بين (0.485) و(1.69) . اما التقدير s_p^2 فان الانحراف المتوسط للتقدير يساوي (0.378) وقيمتهُ تتراوح ما بين (0.178) و (2.693) . من الملاحظ ان التقدير الذي يمتلك اقل قيمة للانحراف المتوسط يكون اكثر قربا الى $=\sigma_0^2=2\sigma^2$.

10- من الجدول رقم (9) في حالة n=30 و $n_1=n_2=15$ و $=\sigma_0^2=2\sigma^2$ وعندما $\ell=0.6$ لوحظ بان الانحراف المتوسط للتقدير $\tilde{\sigma}_B^2$ يساوي (0.291) وعدد مرات التقليص مساوية الى (453) مرة وعدد مرات عدم التقليص مساوية الى (547) مرة وكانت قيمتهُ تتراوح ما بين (0.524) و(2.331) .اما التقدير s_p^2 فان الانحراف المتوسط للتقدير يساوي (0.354) وقيمتهُ تتراوح ما بين (0.298) و (2.381) . من الملاحظ ان التقدير الذي يمتلك اقل قيمة للانحراف المتوسط يكون اكثر قربا الى $=\sigma_0^2=2\sigma^2$.

جدول(1): حجم العينة المتوقع $n_1=n_2=5$, n=10

ℓ	λ				
	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8
0.6	7.613	7.614	7.656	7.668	7.775
0.8	8.78	8.682	8.685	8.739	8.854

جدول(2): حجم العينة المتوقع $n_1=n_2=10$, n=20

ℓ	λ				
	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8
0.6	13.267	13.215	13.323	13.584	13.768
0.8	16.267	16.183	16.175	16.482	16.574

جدول(3): حجم العينة المتوقع $_1=n_2=15$, n=30

ℓ	λ				
	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8
0.6	19.876	19.633	19.718	20.261	20.475
0.8	26.028	25.736	25.567	25.872	26.838

جدول (4) : الكفاءة النسبية $n_1=n_2=5$, n=10

ℓ	λ				
	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8
0.6	6.75	6.79	6.902	6.846	6.825
0.8	6.071	6.422	6.435	6.387	6.036

جدول (5): الكفاءة النسبية $n_1=n_2=10$, n=20

ℓ	λ				
	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8
0.6	5.433	5.748	6.02	5.283	5.196
0.8	5.025	5.394	5.745	5.188	5.019

جدول (6) : الكفاءة النسبية $n_1=n_2=15$, n=30

ℓ	λ				
	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8
0.6	4.352	4.686	4.924	4.719	4.274
0.8	4.304	4.258	4.605	4.13	4.093

جدول(7):نتائج المحاكاة $n_1=n_2=5$, n=10, $\sigma^2=\sigma_0^2=2$,

ℓ	التقدير	متوسط التقدير	عدد مرات التقليص	عدد مرات عدم التقليص	الانحراف المتوسط
0.6	$\tilde{\sigma}_B^2$	0.894	603	397	0.173
0.8	$\tilde{\sigma}_B^2$	1.094	476	524	0.198
-	s_p^2	1.242	0	1000	0.381

جدول(8): نتائج المحاكاة n=20, $n_1=n_2=10, \sigma^2=\sigma_0^2=2$

ℓ	التقدير	متوسط التقدير	عدد مرات التقليص	عدد مرات عدم التقليص	الانحراف المتوسط
0.6	$\tilde{\sigma}_B^2$	1.095	787	213	0.189
0.8	$\tilde{\sigma}_B^2$	1.181	458	542	0.205
-	s_p^2	1.352	0	1000	0.378

جدول (9): نتائج المحاكاة n=30, $n_1=n_2=15, \sigma^2=\sigma_0^2=2$

ℓ	التقدير	متوسط التقدير	عدد مرات التقليص	عدد مرات عدم التقليص	الانحراف المتوسط
0.6	$\tilde{\sigma}_B^2$	1.118	859	141	0.263
0.8	$\tilde{\sigma}_B^2$	1.207	453	547	0.291
-	s_p^2	1.394	0	1000	0.354

الاستنتاجات :

1- نتيجة الكفاءة للمقدر $\tilde{\sigma}_B^2$ قيمتها تكون كبيرة في حالة استخدامنا لحجوم صغيرة للعينة الكلية n وذلك لاعتماد الكفاءة على حجم العينة المتوقع الذي يكون اكثر قرباً من الحجم الحقيقي للعينة الكلية n في حالة الحجوم الصغيرة للعينة الكلية n المستخدمة , مما يؤكد نجاح المقدر $\tilde{\sigma}_B^2$ وذلك بما يوفرهُ لنا من جهد وكلفة .

2- للحجوم المستخدمة للعينة الكلية n فان اكبر قيمة لنتيجة الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{\sigma}_B^2$ كانت في حالة λ=1 ولكلتا القيمتين ل ℓ وذلك استنادا الى مبدا اقتراب القيمة الاولية σ_0^2 من القيمة الحقيقية σ^2 .

3- لاي حجم للعينة الكلية n تم استخدامها كانت نتيجة الكفاءة النسبية للمقدر $\tilde{\sigma}_B^2$ قيمتها اكبر عندما ℓ= 0.6 من الحالة عندما ℓ= 0.8 ولجميع القيم المختلفة ل λ وذلك بسبب حجم العينة المتوقع الذي يكون اكبر قيمة عندما ℓ= 0.8 من الحالة عندما ℓ= 0.6 مما يؤكد اهمية عامل التقلص ℓ عندما يكون مساويا الى 0.6 والذي اعطى اعلى قيمة لنتيجة الكفاءة النسبية .

4- لاي حجم للعينة الكلية n تم استخدامهُ كانت قيمة الانحراف المتوسط للتقدير $\tilde{\sigma}_B^2$ اقل من قيمة الانحراف المتوسط للتقدير غيرالمتحيز للتباين s_p^2 وذلك لاعتماد التقدير $\tilde{\sigma}_B^2$ على عدد من المرات من التقليص ضمن الصيغة المعروفة بصيغة التقليص بمرحلتين .

المصادر :

[1]pandey M. and Singh V.P. 1989. Bayesian shrinkage estimation of Reliability from Acensored sample from Afinite Range Failure time Model ,Microelectron Reliab. 29(6):955-958.

[2]Andrew G,John B.C.,Hal S.S. and Donald B.R. 2004. Bayesian Data Analysis. CHAPMAN & HALL/CRC,Thid Edition, New York pp 71.

[3] Walter W.piegorsch and Beth C.Gladen .1986.Anote on the use of prior Interval Information in constructing Interval Estimates for a Gamma Mean, Technometrics. 28 (3):269-273.

[4] Arnold J.C. and AL-Bayyti H.A. 1970.on double stage estimation of the mean using prior Knowledge, Biometrics.26 (4):787-800.

[5] Kambo N.S, Handa B.R. and AL-Hemyari Z.A. 1990.on shrunken estimators for exponential scale parameter ,Journal of statistical planning and inference .24:87-94 .

[6] Zuhair A.AL-Hemyari.1990.0n Double stage shrunken Estimator , AL-Mustansiriya J.sci.2(1):27-40 .

Double Stage Cumulative Shrunken Bayes Estimator for the variance of Normal distribution for equal volume of two sample

*Mohammad H. Abdulhammeed Jawad** *Fatimah Abdulhammeed Jawad***

*Agricultures College, University of Baghdad
**Assistant Teacher. Adminstration & Economy College,University of Baghdad

Abstract:

In this article we study the variance estimator for the normal distribution when the mean is un known depend of the cumulative function between unbiased estimator and Bays estimator for the variance of normal distribution which is used include Double Stage Shrunken estimator to obtain higher efficiency for the variance estimator of normal distribution when the mean is unknown by using small volume equal volume of two sample .